

2024 年秋季期末考试

数学

姓名_____ 班级_____ 学号_____

注意事项：

1. 本试卷共 3 大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 请用黑色签字笔在答题卡上作答，在试卷上作答无效。
3. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。
4. 可以使用计算器。

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{2, 3\}$
2. 函数 $f(x) = \ln(x + 1)$ 的定义域是 ()
A. $\mathbb{R}$ B. $(-1, +\infty)$ C. $[0, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)$
3. 若复数 $z = 1 + i$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()
A. 1 B. i C. 2 D. $\sqrt{2}$
4. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 3)$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ ()
A. 1 B. -1 C. 5 D. -5
5. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_3 = 8$, 则 $a_5 =$ ()
A. 16 B. 24 C. 32 D. 64
6. 已知 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, 且 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\sin \alpha =$ ()
A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{5}{3}$
7. 圆 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ 的圆心坐标和半径分别是 ()
A. $(1, -2)$, 3 B. $(-1, 2)$, 3 C. $(1, -2)$, 9 D. $(-1, 2)$, 9
8. 函数 $f(x) = e^x - x$ 的零点所在的区间是 ()
A. $(-1, 0)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(0, 1)$

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

0. 若 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, 则 $f(1) = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。
1. 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。
2. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的渐近线方程为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。
3. 若 $(2x - 1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_5x^5$, 则 $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_5 = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。

三、解答题（本题共 3 小题，共 40 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

0. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2 \sin x \cos x + 2\sqrt{3} \cos^2 x - \sqrt{3}$ 。

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期；
- (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值。

1. (14 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $a = 3, b = 2\sqrt{3}, \cos C = \frac{1}{3}$ 。

- (1) 求边 c 的长；
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积；
- (3) 求 $\sin A$ 的值。

2. (14 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - 3ax + 2$ ($a > 0$)。

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
- (2) 若 $f(x)$ 有三个零点，求 a 的取值范围；
- (3) 当 $a = 1$ 时，求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值。

草稿纸

草 稿 纸